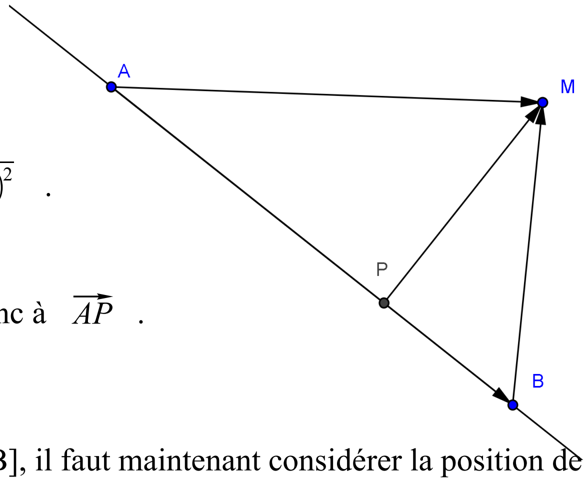
Distance d'un point à un segment.

Soit $M(x\,;y)$ représentant le pointeur de la souris et soient A et B les extrémités du segment.

Si on note P le projeté orthogonal de M sur (AB), on a :

$$PM^2=\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PM}\cdot(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AM})=\vec{0}+\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}$$

D'où $PM=\vec{u}\cdot\overrightarrow{AM}$ avec $\vec{u}=\dfrac{1}{\|\overrightarrow{PM}\|}\overrightarrow{PM}$.



Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}\dfrac{y_A-y_B}{AB}\\ \dfrac{x_B-x_A}{AB}\end{pmatrix}$, avec $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

$\vec{v}$ est un vecteur de norme 1, orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ donc à $\overrightarrow{AP}$.

D'où $\vec{v}=\pm\vec{u}$ et $PM=|\vec{v}\cdot\overrightarrow{AM}|$.

Méthode exacte :

Pour calculer la distance *d* du point M au segment [AB], il faut maintenant considérer la position de P sur (AB).

- Si P ∈ [AB] **(1)** , $d=PM=|\vec{v}\cdot\overrightarrow{AM}|$.
- Si P ∈ (AB)\[AB] **(2)**, $d=AM$.
- Si P ∈ (AB)\[BA] **(3)**, $d=BM$.

(1) ⇔ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BM}<0<\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}$.

(2) ⇔ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}<0$

(3) ⇔ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BM}>0$

Conclusion :

On calcule $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BM}$.

Si $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}<0$, alors $d=AM$,

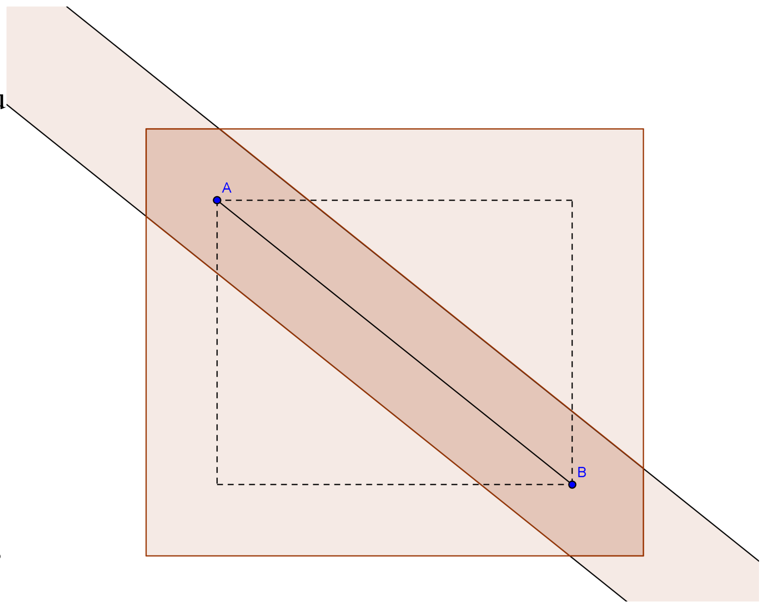
sinon, si $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BM}>0$ alors $d=BM$,

sinon, on calcule $\vec{v}\left(\dfrac{y_A-y_B}{AB};\dfrac{x_B-x_A}{AB}\right)$, et $d=|\vec{v}\cdot\overrightarrow{AM}|$.

Méthode approchée :

Dans la pratique, s'il s'agit de détecter la proximité du segment [AB], il suffit de savoir si la distance entre [AB] et M est *environ* inférieure à une valeur *k*.

Pour cela, on peut tester si M est dans le rectangle de la figure ci-contre.



On pose :

$x_1=minimum(x_A;x_B)-k$

$y_1=minimum(y_A;y_B)+k$

$x_2=maximum(x_A;x_B)-k$

$y_2=maximum(y_A;y_B)+k$

Si $x_1<x<x_2$ et $y_1<y<y_2$, le segment est loin.

Sinon, on calcule on calcule $\vec{v}\left(\dfrac{y_A-y_B}{AB};\dfrac{x_B-x_A}{AB}\right)$,

et on teste si $|\vec{v}\cdot\overrightarrow{AM}|<k$.

Remarque : cette méthode approchée génère quelques « faux positifs » aux alentours de A et B, à une distance maximale de $k\sqrt{2}$ du segment.

Optimisation :
En général, il est plus intéressant de calculer le carré des distances plutôt que les distances elles-mêmes, du fait de l'implémentation relativement lente de la fonction $x \to \sqrt{x}$.

On pose alors $\vec{v}\begin{pmatrix} y_A - y_B \\ x_B - x_A \end{pmatrix}$.

On a dès lors $d^2 = PM^2 = \frac{(\vec{v} \cdot \overrightarrow{AM})^2}{AB^2} = \frac{\left(\begin{pmatrix} y_A - y_B \\ x_B - x_A \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}\right)^2}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \frac{((y_A - y_B)(x - x_A) + (x_B - x_A)(y - y_A))^2}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.